

Einfache Lösung des Zauberwürfels von 1980

nach [John Horton Conway 1980](#) und [David Singmaster 1980](#). Aufgeschrieben von Volker Schubert, Version vom 2024-06-23, online auf rubikscube.de.volker-schubert.org. Es gilt die [Creative Commons Lizenz BY-NC-ND 3.0 DE](#).

Das Verfahren von Conway wurde in der Dezemberausgabe 1980 von BILD DER WISSENSCHAFT beschrieben [1], und war damit das erste in Deutschland veröffentlichte vollständige Verfahren. Einen Monat später folgte DER SPIEGEL [2] mit der Veröffentlichung einer Lösung basierend auf den gleichen Drehfolgen – nur anders dargestellt und in etwas anderer Reihenfolge. Singmaster veröffentlichte sein Verfahren 1980 in England in einem Manuskript, das ab 1981 im Buchhandel erhältlich war [3]. Das hier beschriebene Verfahren ist eine Kombination der besten Strategien dieser und weiterer Veröffentlichungen. Die Grundlage ist Conways Verfahren, doch im Gegensatz zur Darstellung in Bild der Wissenschaft muss weniger ausprobiert und nachgedacht werden, denn es werden mehr angepasste Drehfolgen benutzt, so wie das auch Singmaster vorschlug. Drehungen der unteren und der hinteren Scheibe werden vermieden.

Das Verfahren beruht darauf, schrittweise immer mehr Teile des Würfels zu sortieren. Über Zwischenlösungen gelangt so man zur Gesamtlösung des Würfels. Der Kniff ist, im passenden Moment die richtigen Schritte anzuwenden.

Das grundlegende Vorgehen ist immer gleich. Nacheinander werden die einzelnen Ebenen des Würfels gelöst:

1. Lösen der Unterseite
2. Lösen der mittleren Ebene
3. Lösen der Oberseite

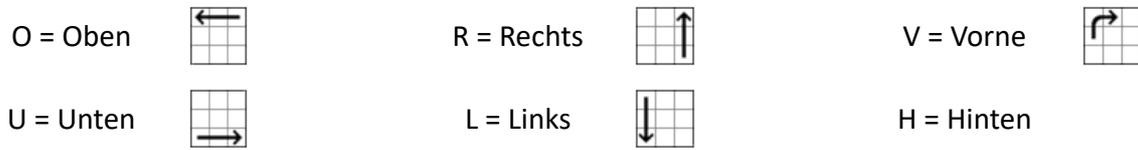
Das Lösen der Oberseite wird wieder in Unterschritte zerlegt. ([Direkt zur Lösung der Oberseite](#))

1. Positionierung der Kanten
2. Positionierung der Ecken
3. Orientierung der Kanten
4. Orientierung der Ecken

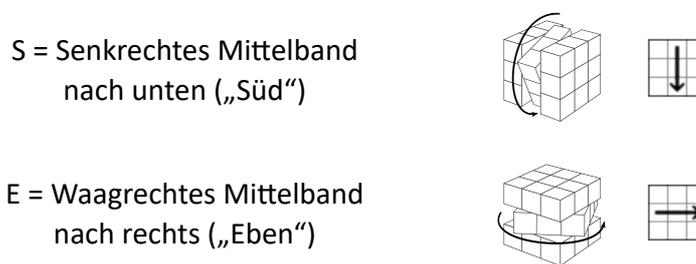
Und diese Schritte werden in noch kleinere Schritte zerlegt, die aber abhängig vom aktuellen Aussehen des Würfels sind. In der Anleitung werden dazu alle im aktuellen Zustand möglichen Drehfolgen gezeigt. Diese können immer auf jede beliebige Seite angewendet werden; dazu dreht man einfach den ganzen Würfel. Man muss also überlegen, welche Drehfolge angewendet auf welche Seite eine Verbesserung der Sortierung bringt. Die Drehfolgen selbst werden in einer einfachen Sprache beschrieben.

Notation

Die Drehung einer Seitenscheibe um 90 Grad im Uhrzeigersinn (beim Blick auf die Seite) wird mit dem Anfangsbuchstaben der Seite bezeichnet; zum leichteren Verständnis kann die Drehung auch durch eine Vorderseitenansicht mit Pfeil beschrieben werden:

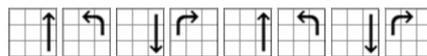


Die umgekehrte Richtung wird mit einer hochgestellten -1 bezeichnet. Also bedeutet O^{-1} die Drehung der Oberseite um 90 Grad im Gegenuhrzeigersinn („Oben zurück“). Die Drehungen der mittleren Bänder haben besondere Bezeichnungen:



Die Hintereinanderausführung von zwei Drehungen X und Y wird einfach als XY geschrieben. Die zweifache Ausführung einer Drehung wird abkürzend mit einer hochgestellten 2 bezeichnet, etwa O^2 . Klammern um Drehfolgen sind erlaubt. Geklammerte Drehfolgen können ebenfalls mit einer Hochzahl versehen werden; so ist $(VO)^2$ eine Abkürzung für VOVO.

Beispiel: $(RV^{-1}R^{-1}V)^2$ bezeichnet die Drehfolge, die von vorne so aussieht:

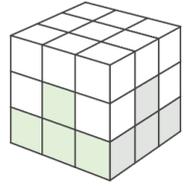


Man löst den Würfel nun Ebene für Ebene.

Durch Drehungen der Scheiben verändern die kleinen Würfel ihre Position und Ausrichtung (Orientierung). Ein in der Mitte einer Kante sitzender kleiner Würfel heißt selbst „Kante“; ein außen sitzender kleiner Würfel heißt „Ecke“.

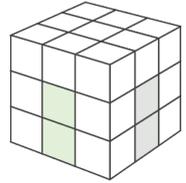
Die Lösung der ersten Ebene bzw. Scheibe ist die einfachste. Letztendlich ist egal, ob man mit der unteren oder oberen Scheibe beginnt. Um die aktuelle Situation erkennen und die nächste Drehfolge bestimmen zu können, muss man den Würfel sowieso ständig als Ganzes drehen. In dieser Anleitung beginnen wir mit der unteren Scheibe.

„Lösung der unteren Scheibe“ bedeutet nicht nur, dass die Farbe der Unterseite einheitlich ist, sondern auch, dass die seitlichen Farben der unteren Scheibe passen. Mit anderen Worten, die seitlichen Farben der unteren Kanten und Ecken müssen auf jeder Seite mit der Farbe des Mittelsteins übereinstimmen.



Die erste Ebene lässt sich durch genaues Hinschauen und Herumspielen lösen. Man bringt dabei Kanten und Ecken durch Drehfolgen nach unten, darf dabei aber die vorher gelösten Stellen nicht wieder zerstören. Dazu muss man manchmal Steine „in Sicherheit bringen“. Der Vollständigkeit wegen folgt trotzdem eine mögliche Lösung der ersten Ebene.

Unsere Strategie: Zuerst bilden wir ein Kreuz mit vier Kanten, danach kommen die Ecken dazu. Angenommen, die Unterseite soll weiß werden und die Vorderseite rot, dann suchen wir die Kante weiß-rot und bringen sie auf eine der Positionen KL, LR, KO oder K4. Durch den passenden Zug bringen wir sie auf die Unterseite. Da rot vorne ist, muss die Seite rechts davon grün werden. Wir drehen den ganzen Würfel nach links, so dass der grüne Mittelstein nun vorne ist, und suchen die Kante weiß-grün. Wir bringen sie wieder in eine der Startpositionen und bewegen sie dann mit einem der Züge nach unten. Und so weiter. (Falls eine Kante der unteren Scheibe falsch in der unteren Scheibe sitzt, müssen wir sie zuerst hochholen).



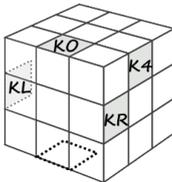
Anschließend machen wir dasselbe für die Ecken. Dies löst die untere Ebene.

Untere Ebene

Schritt 1: Kanten orientiert nach unten

Durch Anwendung folgenden Zuges auf verschiedene Seiten bilden wir ein Kreuz auf der Unterseite, das zu den seitlichen Mittelsteinen passt.

Kante nach unten mit passender Fläche

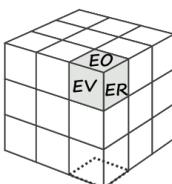


Fläche, die nach unten geht	Drehfolge
<i>KL</i>	V^{-1}
<i>KO</i>	V^2
<i>KR</i>	V
<i>K4</i>	$R^{-1}VR$

Schritt 2: Ecken orientiert nach unten

Durch Anwendung folgenden Zuges auf verschiedene Seiten lösen wir die untere Ebene, also Unterseite und Rand.

Ecke nach unten rechts mit passender Fläche



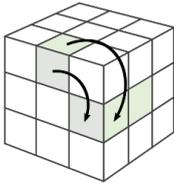
Fläche, die nach unten geht	Drehfolge
<i>EV</i>	$V^{-1}O^{-1}V$
<i>ER</i>	ROR^{-1}
<i>EO</i>	$V^{-1}OVRO^2R^{-1}$

Als Nächstes lösen wir die mittlere Ebene. Hierzu kippen wir Würfel von der Oberseite nach links oder rechts. Die zu bewegende Kante muss nun vorne oben sein. Beim Kippen des kleinen Würfels nach links oder rechts geht seine Oberseite nach außen, seine vordere Seite bleibt vorn. Um durch diese Drehfolgen eine korrekte Einsortierung der Kante zu erreichen, müssen also die Farben von Kantenvorderseite und Mittelteil sowie die Farben von Kantenoberseite und Zielseite übereinstimmen.

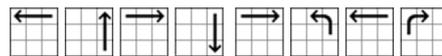
Mittlere Ebene (untere schon fertig)

Kanten von der Oberseite orientiert zur mittleren Ebene kippen

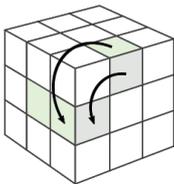
Kante nach rechts kippen



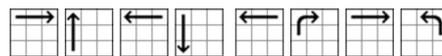
ORO⁻¹R⁻¹ O⁻¹V⁻¹OV



Kante nach links kippen

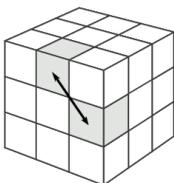


O⁻¹L⁻¹OL OVO⁻¹V⁻¹



Falls eine Kante der mittleren Ebene falsch in dieser Ebene sitzt, müssen wir sie zuerst mit denselben Zügen nach oben holen (tatsächlich bewirken die Züge eine Vertauschung) und danach wieder richtig in die mittlere Ebene kippen.

Hilfszug: Kante von rechts nach oben kippen



ORO⁻¹R⁻¹ O⁻¹V⁻¹OV



Durch wiederholte Anwendung der Kipp-Drehfolgen auf allen Seiten des Würfels wird die mittlere Ebene gelöst.

Die schwierigste Ebene ist die dritte, also bei uns die obere. Die unteren beiden Scheiben sind schon gelöst und sollen nicht zerstört werden.

Die strategischen Drehfolgen und deren beabsichtigte Veränderungen sind in folgenden Abschnitten zu sehen. Die Reihenfolge der Schritte ist unbedingt einzuhalten. Die Drehfolgen führen nämlich nicht nur die gezeigten Veränderungen herbei, sie erhalten auch die bisher schon erreichte Sortierung.

Es gibt aber Drehfolgen, die die bisher erreichte Sortierung nur dann erhalten, wenn sie mehrfach angewendet werden; dies ist bei der jeweiligen Drehfolge vermerkt. Wenn zum Beispiel eine Drehfolge 2-mal angewendet werden muss, führt man die Drehfolge zunächst 1-mal aus, dreht dann die Oberseite zu einer passenden Stellung, und führt die Drehfolge nochmal aus. Muss eine Drehfolge 3-mal angewendet werden, kann man das genauso machen (oder man führt statt zwei Anwendungen einmal die Umkehrung durch).

Zunächst werden alle kleinen Würfel an die richtige Stelle gebracht, d.h. positioniert. Danach werden sie ausgerichtet, d.h. orientiert.

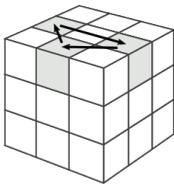
Obere Ebene

Schritt 1: Kanten positionieren (Ausrichtung ignorieren)

Vorbereitung: Dafür sorgen, dass *hinten oben die richtige Kante* sitzt. Die Orientierung ist dabei egal. Also einfach die Oberseite so lange drehen, bis hinten die richtige Kante sitzt. Man kann natürlich auch die vordere Kante richtig stellen, und dann den ganzen Würfel drehen.

In Abhängigkeit davon, welche weitere Kante richtig sitzt, den passenden der folgenden Züge wählen und ausführen. Wenn zufällig schon alle richtig sitzen, können wir gleich zu den Ecken gehen. Wenn gar keine weitere richtig sitzt, gleich Zug (1) oder (1g) benutzen. Wenn die rechte Kante richtig sitzt, Zug (2) benutzen. Wenn die vordere Kante richtig sitzt, Zug (3) benutzen.

Drei Kanten zyklisch vertauschen



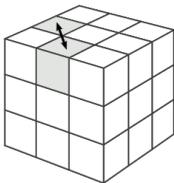
im Uhrzeigersinn (Bild):

$$(1) \quad \mathbf{SOS^{-1} O^2 SOS^{-1}}$$

im Gegenuhrzeigersinn (Umkehrung):

$$(1g) \quad \mathbf{SO^{-1}S^{-1} O^2 SO^{-1}S^{-1}}$$

Zwei benachbarte Kanten vertauschen



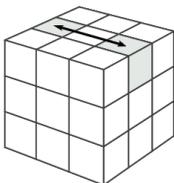
Einfache Variante:

$$(2) \quad \mathbf{O SOS^{-1} O^2 SOS^{-1} O^2}$$

Kürzere Alternative mit 3 Scheiben:

$$(2') \quad \mathbf{OV ROR^{-1} O^{-1}V^{-1}}$$

Zwei gegenüberliegende Kanten vertauschen



Einfache Variante:

$$(3) \quad \mathbf{(O SOS^{-1} O^2 SOS^{-1})^2 O^{-1}}$$

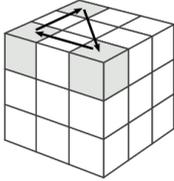
Kürzere Alternative mit 3 Scheiben:

$$(3') \quad \mathbf{(ROR^{-1}) V^{-1}O^2V (RO^{-1}R^{-1}) O}$$

Schritt 2: Ecken positionieren (Ausrichtung ignorieren)

Zuerst klären, wieviele Ecken schon an der richtigen Stelle sitzen: keine, eine, oder alle (2 oder 3 sind nicht möglich). Wenn 1 Ecke richtig sitzt, Drehfolge (1) oder ihre Umkehrung anwenden (auf die passende Seite natürlich). Wenn keine Ecke richtig sitzt und ein doppelter Nachbartausch notwendig ist, Drehfolge (2) anwenden. Sonst Drehfolge (3) anwenden. Andere Situationen sind nicht möglich. Dies bringt dann alle Ecken an die richtige Stelle.

Drei Ecken zyklisch vertauschen



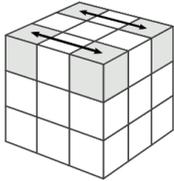
im Uhrzeigersinn (Bild):

$$(1) \quad (\mathbf{O^{-1}R^{-1}O}) \mathbf{L} (\mathbf{O^{-1}R O}) \mathbf{L^{-1}}$$

im Gegenuhrzeigersinn (Umkehrung):

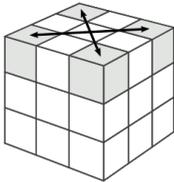
$$(1g) \quad \mathbf{L} (\mathbf{O^{-1}R^{-1}O}) \mathbf{L^{-1}} (\mathbf{O^{-1}R O})$$

Je zwei benachbarte Ecken vertauschen



$$(2) \quad \mathbf{V} (\mathbf{ROR^{-1}O^{-1}})^3 \mathbf{V^{-1}}$$

Vier Ecken über Kreuz vertauschen



$$(3) \quad (\mathbf{SOS^{-1}O})^3$$

Alternative:

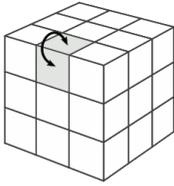
$$(3') \quad (\mathbf{S^2O})^6$$

Jetzt sind alle kleinen Würfel der Oberseite an der richtigen Stelle. Es fehlt noch die Ausrichtung.

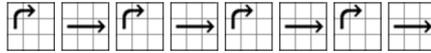
Schritt 3: Kanten orientieren

Zwei falsch orientierte Kanten löst die zweifache Anwendung der ersten Drehfolge. Falls sogar alle vier Kanten gedreht werden müssen, ist die zweite Drehfolge schneller.

Kante drehen (kippen)

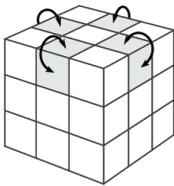


$(VE)^4$



(Muss 2-mal angewendet werden. Dazwischen Oberseite passend verdrehen. Am Ende Oberseite wieder zurückdrehen.)

Alle Kanten drehen (kippen)

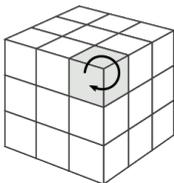


$(SO)^4 O^2 (SO)^4 O^2$

Schritt 4: Ecken orientieren

Die dreifache Anwendung folgender Drehfolge dreht 3 Ecken im Uhrzeigersinn, oder 1 Ecke im Uhrzeigersinn und 1 Ecke im Gegenuhrzeigersinn. Das Ganze muss eventuell zweimal gemacht werden.

Ecke im Uhrzeigersinn drehen



(7) $(RV^{-1}R^{-1}V)^2$

(Muss 3-mal angewendet werden. Dazwischen Oberseite passend verdrehen. Am Ende Oberseite wieder zurückdrehen.)
(Alternativ, 1-mal anwenden, die Oberseite verdrehen, die Umkehrung anwenden, und dann die Oberseite wieder zurückdrehen.)

Umkehrung (entspricht 2 Anwendungen der Drehfolge):

(7g) $(V^{-1}RVR^{-1})^2$

(Muss für sich betrachtet natürlich auch 3-mal angewendet werden)

Damit sollte der Würfel gelöst sein. Willkommen bei den Eingeweihten. Es gibt natürlich noch viele spezielle, optimierte Züge, die mehrere Sachen gleichzeitig erledigen, siehe z.B. rubikscube.de.volker-schubert.org. Und es gibt auch Lösungen, die ganz anders funktionieren, nicht so schön Ebene für Ebene, dafür extrem schnell.

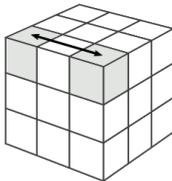
Anhang

Wem die Lösung zu einfach war, kann als Nächstes versuchen, die Positionierung der Ecken auf der Oberseite (Schritt 2) mittels eines universellen Zuges hinzubekommen. Das bedeutet, man muss sich selbst überlegen, wie man diesen Zug in den verschiedenen Situationen anwendet. Dies war der ursprüngliche Ansatz von Conway. Netterweise muss man diesen Zug auch immer zweimal ausführen, um die unteren Ebenen nicht zu zerstören.

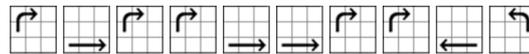
Schritt 2: Ecken positionieren (Ausrichtung ignorieren)

So lange folgende Drehfolge anwenden, bis alle Ecken an der richtigen Stelle sitzen. Nach der ersten Anwendung die Oberseite drehen. Nach einer weiteren Anwendung die Oberseite zurückdrehen. Dann den ganzen Würfel drehen, um die richtige nächste Seite zu finden.

Zwei benachbarte Ecken vertauschen (zweimal)



(1) $VU V^2U^2V^2 U^{-1}V^{-1}$



(Muss 2-mal angewendet werden. Dazwischen Oberseite passend verdrehen. Am Ende Oberseite wieder zurückdrehen.)

Verweise

1. Mathematisches Kabinett: Verflixt - Nochmal. *Bild der Wissenschaft*. Heft 12/1980 (Dez. 1980), S. 180ff.
2. "Schrei Hurra! Schmeiß 'ne Runde!" - Lösungsverfahren für den "Zauberwürfel". *Der Spiegel*. Heft 04/1981 (Jan. 1981). Auch online bei spiegel.de.
3. *David Singmaster: Notes on Rubik's Magic Cube*. Penguin Books, Harmondsworth, Eng. 1981, ISBN 0-907395-00-7.

Danke an Simon!